

# 裂隙岩体的渗流特性研究

刘新荣, 李通林, 王艳辉, 杜云贵

(重庆大学建筑工程学院, 重庆 400044)

**摘 要:** 砂及土体的渗流特性可由达西定律得到很好的描述。但对于岩体, 因其内部裂隙的交叉贯穿分布致使岩体的渗透性复杂化。Dienes 提出的裂隙统计理论成功地解释了岩体中所发生的渗流现象。笔者在此基础上建立起一个新的渗流模型, 着重考虑了 3 个因素, 即: 流体通过每一裂隙面的平均流量; 单位体积内裂隙的数密度; 裂隙贯通程度(比例)。根据随机理论与流体通过单一裂隙的水动力学理论, 获得了渗透率的积分表达式, 其形式与各向异性介质中的达西定律一致。

**关键词:** 裂隙岩体; 渗流特性; 渗流模型; 渗透率

中图分类号: O357. 3; TU452

文献标识码: A

## 0 前 言

在许多岩土工程、矿山工程及地球物理勘探过程中, 岩体的渗透率起到十分重要的作用, 但在理论上尚未引起足够的重视, 通常将岩体渗流处理为砂土一样的多孔介质, 用连续介质力学方法求解。参考文献[1~ 2]介绍了国外曾讨论过一些岩体中的渗流特性。这里简单说明一下岩体和土体中流动特性的差别: 在土体中孔隙一般是连通的, 而岩体中有许多孤立裂隙, 它们对流体的运动不起作用; 土体中的孔隙一般是体积压实各向同性的, 其体积在压力作用下没有明显的变化, 而岩体受压后裂隙闭合, 体积减小, 从而影响到流体在裂隙中的流动; 岩体中的裂隙宏观上趋于定向排列, 而土体中的孔隙呈各向同性分布。故岩体中的渗透率为张量, 具有很大的方向性。

综上所述, 分析流体在岩体中的渗流特性时应考虑以下因素: 每一裂隙的平均流量; 单位体积内的裂隙数; 以及裂隙连通的程度。第一个因素系考虑每一裂隙的流量问题, 采用 Poiseuille 方程的层状粘性流动解, 第二个因素引用 Dienes<sup>[3]</sup>的结论, 第三个因素由渗流理论分析。由此解释岩体在压力作用下的优先成裂机理。

## 1 岩体渗流特性分析

地质材料的渗透性可通过孔隙的连通以及裂隙的层面流动来分析。笔者仅考虑后一种因素, 将岩体考虑为由许多薄层(即层理)组成, 每一层的流动压力梯度按 Poiseuille 方程计算:

$$Q_j = \theta d^3 l / 12\mu (P_j - n_k P_k) \quad (1)$$

式中:  $Q_j$ —— $j$  方向的流量分量;

$l$ ——裂隙长度;

$d$ ——裂隙最大厚度;

$\mu$ ——流体粘性系数;

$n_k$ ——连通面的法向分量;

$n_j$ ——裂隙面的法向分量;

$P_j$ ——裂隙面压力梯度;

$P_k$ ——连通面的压力梯度;

$\theta$ ——考虑裂隙形状偏离裂隙主向的影响系数, 其估计值是 1/2。

上式右边括号内的项是裂隙面上的压力梯度分量。由于裂隙端部效应及裂隙面粗糙度的影响,  $\theta$  的实际值较估计值(1/2)小。

令  $\delta N^\alpha$  代表单位体积内裂隙连通的数密度, 连通面为  $S$ ,  $\alpha$  为第  $\alpha$  组裂隙的方向, 令  $\tilde{n}_k$  代表  $S$  平面的法向方向。于是, 通过  $S$  面的流量为:

$$F_s = \sum_{\alpha} \delta N_s^{\alpha} Q_k^{\alpha} n_k = K_{jk} P_{jn} / \mu \quad (2)$$

式中字母头上符号“~”表示张量。

定义渗透率张量为:

$$K_{jk} = \sum_{\alpha} B^{\alpha} \delta N_s^{\alpha} v_{j\alpha}^{\alpha} \quad (3)$$

$$\text{式中: } B = \frac{1}{12} \theta d^3 L^3;$$

$$v_{j\alpha}^{\alpha} = \delta_{jk} - n_j^{\alpha} n_k^{\alpha}.$$

其中:  $\delta_{jk}$ ——为 Kronecker 张量,  $j = k$  时为 1, 否则为零。

单位体积的裂隙数密度为:

$$\delta N = - \frac{\partial N}{\partial l} \cdot \delta \cdot \delta_{\Omega} \quad (4)$$

式中:  $\delta_{\Omega}$ ——球面角元素;

$\delta$ ——裂隙线长度元素。

如考虑裂隙组是可积的特殊情况, 其和为:

$$K_{jk} = \int_{\Omega} d\Omega \int_0^l dl \left( - \frac{\partial N}{\partial l} \right) \cdot B(l, \Omega) \quad (5)$$

在  $\Omega$  上的积分用单位球体的上半域代替, 并引入  $2\pi$  的球面角。Dienes<sup>[6]</sup>表明  $V$  与  $2\pi$  内每单位体积裂隙分布  $N_c(V, \Omega)$  的关系为:

$$N = - 2 \int_{\Omega} \sqrt{l^2 - \left(\frac{1}{2}l\right)^2} \cdot N_c(V, \Omega) \sin \gamma_s dV \quad (6)$$

式中:  $\gamma_s$ —— $S$  面与裂隙组方向  $\alpha$  间的夹角, 其值可

由下式求得:  $\cos \gamma_s = n_k \cdot n_k$ 。

综合上述有关结论, 以裂隙形态比  $A(\Omega) = h/l$  为参数写出张开裂隙的宽度为:

$$b = A(\Omega) \cdot l \quad (7)$$

即有:

$$K_{jk} = 64/45 \theta \int_{\Omega} v_{j\alpha}^{\alpha} G(\Omega) d\Omega \quad (8)$$

其中:

$$G(\Omega) = - \int_0^{\infty} \frac{\partial N(V, \Omega)}{\partial V} \cdot V^5 dV = N^0 \langle V^5 \rangle \quad (9)$$

$$\alpha_k = \sqrt{1 - \cos^2 \gamma_s} = \sqrt{1 - n_k^2} \quad (10)$$

式中:  $V$ ——为裂隙体积;

$N^0$ ——代表单位体积内裂隙连通的数量。

式(9)表明  $G(\Omega)$  为  $V$  的五阶矩。后面将在 Liouville 方程的基础上导出  $N$  的表达式。用有限差分法可计算式(8)的积分方程。如果裂隙各向同性分布, 方程(8)的解析结果为:

$$K_{11} = K_{22} = K_{33} = 8/15 \pi^2 \theta A^3 N^0 \langle V^5 \rangle \quad (11)$$

此时 3 个渗流主向的渗透率相等。同时还可以看出, 所有的裂隙有相同的形态参数比  $A$ , 此结果对最简

单的应力场是成立的, 但不具有普遍性。如将裂隙分布考虑为各向同性部分与层状部分之和, 则  $G(\Omega)$  可表达为:

$$G(\Omega) = G_i + G_b \delta(\theta) \quad (12)$$

式中:  $\delta$ ——Dirac  $\delta$  函数。

由此得到渗透率是两部分之和:

$$K_{jk} = \frac{64}{45} \theta \left( \frac{3}{8} \pi^2 A_i^3 G_i \delta_{jk} + A_b^3 G_b W_{jk} \right) \quad (13)$$

$$\text{式中: } \delta_{jk} = \begin{cases} 1, j = k \\ 0, j \neq k \end{cases};$$

$$W_{jk} = \begin{cases} 1, j = k \\ 0, j \neq k \end{cases}.$$

## 2 岩体裂隙的分布规律

文献[3~4]的研究资料表明, 硬岩及其他材料中裂隙大小的分布服从指数函数。随着裂隙的扩展与连通, 此分布规律亦将发生变化。对于简单情况, 假设裂隙既可呈活性状态——即不稳定时具有扩展的能力, 又可呈非活性状态——即稳定时停止扩展, 此时裂隙的连通数为  $\sigma$ , 以  $\sigma = 4$  为例进行分析。当不稳定时(呈活性状态), 假设裂隙以速率  $\dot{C}$  增长, 为分析方便假设  $\dot{C}$  为常量, Dienes<sup>[5]</sup>表明裂隙分布按 Liouville 方程发展:

$$\frac{\partial L}{\partial t} + \dot{C} \frac{\partial L}{\partial V} + \frac{\partial M}{\partial t} = 0 \quad (14)$$

式中:  $L$ 、 $M$ ——分别表示活性裂隙与非活性裂隙的分布。

对于稀疏分布的裂隙, 非活性部分可表达为:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = K L \quad (15)$$

式中:  $K$ ——为非活性裂隙生成速率。

假设不同方向的裂隙组彼此独立地增长, 以及  $K$  由初始分布确定。由此, 对于各向同性与成层裂隙的综合分布, 得到  $K$  的估计值为:

$$K = \frac{4}{\alpha} \pi^2 \dot{C} \left( \frac{\pi^2}{2} L_i^0 V_i^{-2} + L_b^0 V_b^{-2} \sin \theta \right) \quad (16)$$

式中:  $L_i^0$ ——每  $2\pi$  内各向同性裂隙的初始密度;

$L_b^0$ ——层状裂隙的初始密度。

假定裂隙的初始分布为指数函数, 求解方程(14)可得到活性裂隙的分布为:

$$m = \frac{\partial L}{\partial V} = \begin{cases} F(e^{-KV/C} - e^{-V/C}), & V \leq \dot{C} t \\ F(e^{\beta t} - 1)e^{-V/C}, & V \geq \dot{C} t \end{cases} \quad (17)$$

式中:  $F = L_i^\circ K / \bar{V} \beta$ ;

$$\beta = \dot{C} / \bar{V} - K.$$

利用此分布函数,由式(9)计算  $G(\Omega)$ ,最后得到:

$$G^\infty(\Omega) = 5! F(\dot{C}/K)^6 \quad (18)$$

如果由各向同性裂隙与成层裂隙之和来表达裂隙的分布,则与式(12)一样,  $G^\infty$ 将也是各向同性与成层裂隙两部分之和。如果裂隙分布中以成层裂隙为主(如板页岩),于是从式(16)中就可以得到非活性裂隙生成的平均速率为:

$$K_i = 8\pi \dot{C} L^\circ_b V_b^{-2} / \alpha \quad (19)$$

由于成层裂隙相互平行而彼此无连通,裂隙连通的速率由各向同性裂隙控制,则有:

$$K_b = 2\pi^4 \dot{C} L_i V_i^{-2} / \alpha \quad (20)$$

于是对各向同性裂隙与成层裂隙两种情况有:

$$\begin{cases} G_i^\infty = 5! L_i^\circ (\frac{\pi}{8} \alpha L_b^\circ V_b^{-2})^5 \\ G_b^\infty = 5! L_b^\circ (\frac{\pi^4}{2} \alpha L_i^\circ V_i^{-2})^5 \end{cases} \quad (21)$$

3 裂隙连通概率的渗流理论

利用随机理论建立渗流模型的基本思想是:如果裂隙是稀疏连通的,那么无穷远处裂隙连通的概率为零;如裂隙连通数量超过一极限值,那么就存在远处裂隙通道,裂隙呈孤立状态的概率不再是零。

令  $q$  代表两个(组)各向同性均匀裂隙互不连通的概率,  $Q$  表示裂隙1通过其相邻裂隙2的连通概率,设  $A$  为它们之间的通道,如图1所示。由于裂

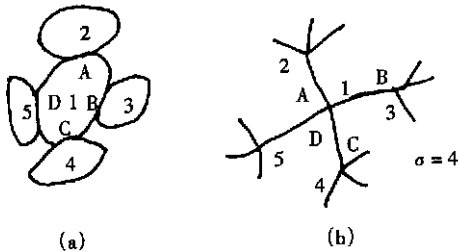


图1 裂隙连通情况及其渗流分析图

隙1与2可能不连通,或者如果裂隙1与2连通,但从2的  $\sigma-1$  条通道是有限的,故由裂隙1出发的通道也有限。假设  $\sigma = 4$ ,用代数式表达为:

$$Q = q + (1 - q) Q^3 \quad (22)$$

如图1中所示,在分析中假设裂隙1间连通数目为4,此时裂隙1处于稳定状态,整个体系为非活性裂隙。选择  $\sigma = 4$  仅为数学上分析方便,为其他值时可按同样方法分析。变量  $Q$  满足关系  $0 \leq Q \leq 1$ , 故得

到方程(22)的限制条件为:

$$Q \in \left[ \sqrt{\frac{1}{1-q} - \frac{3}{4}} - \frac{1}{2}, 1 \right] \quad (23)$$

如果相互未连通的概率  $q > 2/3$ , 那么由方程(22)有  $Q > 1$ , 表示裂隙1与其他裂隙的通道是无限的,第二个根就无意义。在计算裂隙岩体的渗透率时,要求计算裂隙未被孤立的比率  $P$ 。当一个裂隙只与另一个裂隙或不与其他裂隙连通时,则认为它是孤立的;如果它与其他两个或两个以上裂隙相连通,那么它就不是孤立的。将其简单地表达为:

$$P = f(Q) = 1 - 4Q^3 + 3Q^4 \quad (24)$$

现讨论各向异性的裂隙体系,仍将渗流模型考虑为有两组裂隙的情况,一组是各向同性裂隙,另一组位于成层平面上,这里仅归纳分析结果。通过前面对各向同性裂隙的一般性讨论,可以得到各向同性裂隙连通的比率由函数  $f = f(R)$  ( $i = 1, 2$ ) 给出,式中  $R$  是下面方程的根:

$$(r_1 + r_2)R = r_1(q_{11} + P_{11}R^3) + r_{12}P_{12}(q_{21} + P_{21}R^3)^3 + r_2q_{12} \quad (25)$$

式中的下标 1、2 分别表示各向同性裂隙与成层裂隙。

于是  $q_{ij}$  就是一个  $i$  型裂隙与一个  $j$  型裂隙 ( $i, j = 1, 2$ ) 未连通的概率,且  $P_{ij} = 1 - q_{ij}$ 。类似地,  $Q_{ij}$  表示从一个  $i$  型裂隙出发连通一个  $j$  型裂隙的有限概率。参数  $r_i$  表示贯穿  $i$  型裂隙的线密度(裂隙数目)。非孤立成层裂隙的比例  $f_b$  由函数  $f(Q_{21})$  给出,  $f$  函数为式(24),  $Q_{21}$  为:

$$Q_{21} = q_{21} + P_{21}R^3 \quad (26)$$

在数值计算中,  $f_i$  及  $f_b$  分别乘以式(12)中的  $G_i$  和  $G_b$ , 最后就可得到裂隙岩体的渗透率张量。与各向同性裂隙系统一样,对各向异性裂隙系统也存在一个极限概率值,由方程(25)在  $R = 1$  时有一重根,由这一条件可以得到如下准则:

$$(r_1 + r_2/r_1 S) < 0 \quad (27)$$

式中:  $r = 3P_{11} - 1$ ;

$$S = 9P_{12}P_{21} - 1.$$

此准则对任意状态(孤立或连通)的裂隙都适用,通过图2的极值线说明了这一准则。在临界线圈闭合的渗流区域内,通过一裂隙系统的渗流是可能的,否则因裂隙连通的数目太少不足以提供连续的通道。流动迹线表明了参数  $r, s$  随裂隙不稳定时间的变化情况,如果成层裂隙的数目趋于零,于是有  $r \approx 0$ , 那么这时的极值条件就与前一部分所讨论的各向同性裂隙系统的极值条件一致。

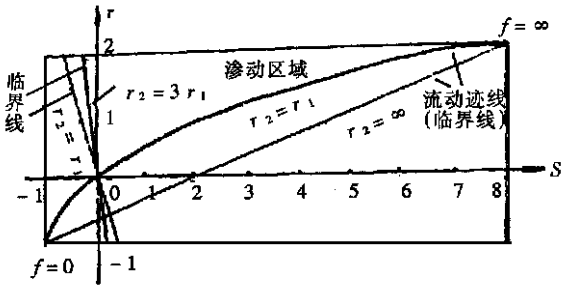


图 2 渗流临界条件说明图

## 4 结 语

本文将裂隙连通的随机理论与流体通过裂隙的水力学理论相结合，建立起裂隙岩体的渗流模型。将岩体渗透性分解为各向同性部分和层面渗流部分 (13)，导出了裂隙扩展方程 (21)。根据裂隙的形态，得到相互连通的概率方程 (24)。最后，对各向异性裂

隙岩体导出了渗透性的存在准则 (27)，图 2 绘出了岩体裂隙分布与渗流条件的关系。这些结论有助于分析裂隙岩体的渗流能力，对实际工程亦有参考价值。

### 参考文献:

- [1] Witherspoon P A, et al. New approaches to problems of fluid flow in fracture rock mass [A]. 22 nd U S symposium on rock mechanics [C]. M. I. T. 1981. 34- 39.
- [2] Bear J Z 多孔介质流体动力学 [M]. 李竟生等译. 北京: 建筑工业出版社, 1983. 104- 113.
- [3] Dienes J K On the inference of crack statistics from observations on an out cropping [A]. 20 th symposium on rock mechanics [C]. Austin. 1979. 137- 143.
- [4] 曹敦履. 裂隙岩体渗流的 MonteCarlo 模拟 [J]. 长江科学院院报, 1989, ( 3): 55- 61.
- [5] Dienes J K. A statistical theory of fragmentation [A]. 23 rd U S symposium on rock mechanics [C]. State line. NY. 1983. 68- 73.

## A Study on Seepage Characteristic of Crack-rock

LIU Xin-rong, LI Tong-lin, WANG Yan-hui, DU Yun-gui

( The Civil Engineering College of Chongqing University, Chongqing 400044, China)

**Abstract:** The seepage characteristics of sand and soil can be well described by Darcy's law. But to rock, this is very complicated because the cracks exist in it. The statistic theory of cracks put forward by Dienes successfully expounded the seepage phenomena observed in rocks. On the basis, this paper set up a new seepage model. Three parameters were considered in this new model, i. e., the average rate of fluid through every crack, the number density of cracks in per unit volume and the extent of cracks' penetrance. Base on the stochastic theory and hydrodynamics theory of fluid through a single crack, integral formulas of permeability were set up and their forms were consistent with Darcy's law in inhomogeneous media.

**Key words:** crack-rock; seepage characteristic; seepage model; permeability